

Hähl, Hermann

Charakterisierung der kompakten, zusammenhängenden Moufang-Hughes- Ebenen anhand ihrer Kollineationen. (German) [Zbl 0581.51015](#)

Math. Z. 191, 117-136 (1986).

Die Arbeit behandelt die Frage nach der Kennzeichnung jener projektiven Ebenen \mathcal{P} , welche Baersche Unterebenen \mathcal{D} enthalten, deren projektive Kollineationen sich zu Kollineationen von \mathcal{P} fortsetzen lassen. Zur Vereinfachung des Problems wird \mathcal{P} als eine topologische projektive Ebene mit kompakter zusammenhängender Punktmenge P angenommen und die Punktmenge D von \mathcal{D} als in P abgeschlossen vorausgesetzt. \mathcal{D} ist dann die Ebene $\mathcal{D}_2(\mathbb{K})$ über einem lokalkompakten zusammenhängenden topologischen Schiefkörper \mathbb{K} , also nach Pontrjagin über \mathbb{R} oder \mathbb{C} oder über dem Quaternionenschiefkörper \mathbb{H} .

Die beiden Fälle \mathbb{R} und \mathbb{C} hat schon *H. Salzmann* erledigt und für den Fall \mathbb{H} in *Arch. Math.* 38, 374-377 (1982; [Zbl 0496.51005](#)) einige Beispiele der fraglichen projektiven Ebenen \mathcal{P} angegeben, die hier als Moufang-Hughes-Ebenen bezeichnet werden (aber weder Moufang Ebenen noch Hughes Ebenen sind).

Das Hauptergebnis der Arbeit ist dann der Beweis des folgenden Satzes: Die kompakten projektiven Ebenen, die eine zu $\mathcal{P}_2(\mathbb{H})$ isomorphe abgeschlossene Baer-Unterebene \mathcal{D} enthalten so, daß jede Kollineation von \mathcal{D} sich zu einer Kollineation der ganzen Ebene fortsetzen läßt, sind bis auf Isomorphie genau die Moufang-Hughes-Ebenen.

Reviewer: [K.Strubecker](#)

MSC:

[51H10](#) Topological linear incidence structures

[51E15](#) Finite affine and projective planes (geometric aspects)

Keywords:

[Moufang-Hughes planes](#); [Baer subplanes of projective planes](#); [topological projective plane](#)

Full Text: [DOI](#) [EuDML](#)

References:

- [1] Browder, W.: Torsion in H-spaces. *Ann. Math.* 74, 24-51 (1961) · [Zbl 0112.14501](#) · [doi:10.2307/1970305](#)
- [2] Cartan, E.: Sur les invariants intégraux de certains espaces homogènes clos et les propriétés topologiques de ces espaces. *Ann. Soc. Polon. Math.* 8, 181-222 (1929) · [Zbl 56.0371.02](#)
- [3] Chevalley, C., Eilenberg, S.: Cohomology theory of Lie groups and Lie algebras. *Trans. Am. Math. Soc.* 63, 85-124 (1948) · [Zbl 0031.24803](#) · [doi:10.1090/S0002-9947-1948-0024908-8](#)
- [4] Dembowski, P.: Zur Geometrie der Gruppen $PSL_3(q)$. *Math. Z.* 117, 125-134 (1970) · [Zbl 0209.24101](#) · [doi:10.1007/BF01109834](#)
- [5] Dembowski, P.: Gruppenerhaltende quadratische Erweiterungen endlicher desarguesscher projektiver Ebenen. *Arch. Math.* 22, 214-220 (1971) · [Zbl 0218.50011](#) · [doi:10.1007/BF01222565](#)
- [6] Hähl, H.: Automorphismengruppen achtdimensionaler lokalkompakter Quasikörper. *Math. Z.* 149, 203-225 (1976) · [Zbl 0323.20038](#) · [doi:10.1007/BF01175584](#)
- [7] Higman, D.G., McLaughlin, J.E.: Geometric ABA-groups. *Ill. J. Math.* 5, 382-397 (1961) · [Zbl 0104.14702](#)
- [8] Hochschild, G.: *The Structure of Lie Groups*. San Francisco-London-Amsterdam: Holden-Day 1965 · [Zbl 0131.02702](#)
- [9] Hughes, D.R., Piper, F.C.: *Projective Planes*. New York-Heidelberg-Berlin: Springer 1973 · [Zbl 0267.50018](#)
- [10] Husemoller, D.: *Fibre Bundles*. New York: McGraw-Hill 1966 · [Zbl 0144.44804](#)
- [11] Kalscheuer, F.: Die Bestimmung aller stetigen Fastkörper. *Abh. Math. Semin. Univ. Hamburg* 13, 413-435 (1940) · [Zbl 0023.00602](#) · [doi:10.1007/BF02940769](#)
- [12] Kolmogoroff, A.N.: Zur Begründung der projektiven Geometrie. *Ann. Math.* 33, 175-176 (1932) · [Zbl 0003.07803](#) · [doi:10.2307/1968111](#)
- [13] Koszul, J.L.: Sur le troisième nombre de Betti des espaces de groupes de Lie compacts. *C.R. Acad. Sci., Paris* 224, 251-253 (1947) · [Zbl 0031.28401](#)
- [14] Löwen, R.: Halbeinfache Automorphismengruppen von vierdimensionalen stabilen Ebenen sind quasi-einfach. *Math. Ann.* 236,

- 15-28 (1978) · [Zbl 0371.50014](#) · [doi:10.1007/BF01420253](#)
- [15] Löwen, R.: Homogeneous compact projective planes. *J. Reine Angew. Math.*321, 217-220 (1981) · [Zbl 0443.51012](#) · [doi:10.1515/crll.1981.321.217](#)
- [16] Löwen, R.: Topology and dimension of stable planes: On a conjecture of H. Freudenthal. *J. Reine Angew. Math.*343, 108-122 (1983) · [Zbl 0524.57011](#) · [doi:10.1515/crll.1983.343.108](#)
- [17] Löwen, R., Salzmann, H.: Collineation groups of compact connected projective planes. *Arch. Math.*38, 368-373 (1982) · [Zbl 0498.51014](#) · [doi:10.1007/BF01304801](#)
- [18] Montgomery, D., Zippin, L.: *Topological Transformation Groups*. New York: Interscience 1955 · [Zbl 0068.01904](#)
- [19] Ostrom, T.G.: Semi-translation planes. *Trans. Am. Math. Soc.*111, 1-18 (1964) · [Zbl 0117.37303](#) · [doi:10.1090/S0002-9947-1964-0159255-6](#)
- [20] Ostrom, T.G.: A characterization of the Hughes planes. *Can. J. Math.*17, 916-922 (1965) · [Zbl 0188.52601](#) · [doi:10.4153/CJM-1965-087-4](#)
- [21] Pontrjagin, L.S.: *Topologische Gruppen, Teil 2*. Leipzig: Teubner 1958 · [Zbl 0085.01704](#)
- [22] Salzmann, H.: Über den Zusammenhang in topologischen projektiven Ebenen. *Math. Z.*61, 485-494 (1955) · [Zbl 0064.17802](#)
- [23] Salzmann, H.: Topological planes. *Adv. Math.*2, 1-60 (1967) · [Zbl 0153.21601](#) · [doi:10.1016/S0001-8708\(67\)80002-1](#)
- [24] Salzmann, H.: Kollineationsgruppen kompakter, vierdimensionaler Ebenen. *Math. Z.*117, 112-124 (1970) · [Zbl 0205.50104](#) · [doi:10.1007/BF01109833](#)
- [25] Salzmann, H.: Reelle Kollineationen der komplexen projektiven Ebene. *Geom. Dedicata*1, 344-348 (1973) · [Zbl 0253.50011](#) · [doi:10.1007/BF00147768](#)
- [26] Salzmann, H.: Homogene kompakte projektive Ebenen. *Pac. J. Math.*60, 217-234 (1975) · [Zbl 0323.50009](#)
- [27] Salzmann, H.: Compact 8-dimensional projective planes with large collineation groups. *Geom. Dedicata*8, 139-161 (1979) · [Zbl 0465.51003](#) · [doi:10.1007/BF00181484](#)
- [28] Salzmann, H.: Automorphismengruppen 8-dimensionaler Ternärkörper. *Math. Z.*166, 265-275 (1979) · [Zbl 0406.51013](#) · [doi:10.1007/BF01214146](#)
- [29] Salzmann, H.: Kompakte, 8-dimensionale projektive Ebenen mit großer Kollineationsgruppe. *Math. Z.*176, 345-357 (1981) · [Zbl 0465.51004](#) · [doi:10.1007/BF01214611](#)
- [30] Salzmann, H.: Baer-Kollineationsgruppen der klassischen projektiven Ebenen. *Arch. Math.*38, 374-377 (1982) · [Zbl 0496.51005](#) · [doi:10.1007/BF01304802](#)
- [31] Samelson, H.: Topology of Lie groups. *Bull. Am. Math. Soc.*58, 2-37 (1952) · [Zbl 0047.16701](#) · [doi:10.1090/S0002-9904-1952-09544-6](#)
- [32] Smith, P.A.: Fixed-point theorems for periodic transformations. *Am. Math. J.*63, 1-8 (1941) · [Zbl 0024.19004](#) · [doi:10.2307/2371271](#)
- [33] Spanier, E.: *Algebraic Topology*. New York: McGraw-Hill 1966 · [Zbl 0145.43303](#)
- [34] Steenrod, N.: *The topology of fibre bundles*. Princeton: Princeton University Press 1951 · [Zbl 0054.07103](#)
- [35] Tits, J.: Sur les groupes doublement transitifs continus: corrections et compléments. *Comment. Math. Helv.*30, 234-240 (1956) · [Zbl 0070.02505](#) · [doi:10.1007/BF02564343](#)
- [36] Tits, J.: Tabellen zu den einfachen Liegruppen und ihren Darstellungen. *Lecture Notes in Math.*40. Berlin-Heidelberg-New York: Springer 1967 · [Zbl 0166.29703](#)

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.