zbMATH Open
THE FIRST RESOURCE FOR MATHEMATICS

Mills, W. H.

A prime-representing function. (English) Zbl 0033.16303

Bull. Am. Math. Soc. 53, 604 (1947).

Verf. beweist, daß es eine reelle Zahl A (>1) gibt mit der Eigenschaft, daß $[A^{3^n}]$ für jedes $n=1,2,\dots$ einer Primzahl gleich ist. Da der Beweis sehr einfach ist, und da es in der Arbeit einige störende Druckfehler gibt (statt 3^{-n} ist konsequent $3-n$ geschrieben), geben wir den Beweis wieder:

Es sei q eine reelle Zahl mit der Eigenschaft, daß es für $N\geq N_0$, zwischen N^q und $(N+1)^q-1$ immer mindestens eine Primzahl gibt. Es sei P_0 eine Primzahl $\geq N_0$; von P_0 ausgehend konstruieren wir eine Folge von Primzahlen $P_0,P_1,\dots,P_n,\dots$, die den Ungleichungen $P_n^q<P_{n+1}<(P_n+1)^q-1$ genügen $(n=0,1,\dots)$. Setzen wir $u_n=P_n^{q-n}$ und $v_n=(P_n+1)^{q^{-n}}$, so ist $u_n<u_{n+1}<v_{n+1}<v_n$ und $v_n/u_n\to 1$ für $n\to\infty$; somit existiert $\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}v_n=A$, und es ist für jedes $n>0$ $u_n<A<v_n$, d. h. $P_n<A^{q^n}<P_n+1$ und damit $[A^{q^n}]=P_n$ eine Primzahl. Da nach einem Satze von *A. E. Ingham* [Q. J. Math., Oxf. Ser. 8, 255–266 (1937; Zbl 0017.38904)] $q=3$ gewählt werden kann, ist alles bewiesen.

(Bemerkung des Ref.: Zwischen N^3 und $(N+1)^3-1$ gibt es für $N\geq N_0$ mindestens zwei Primzahlen, und so hat man bei der Wahl von P_{n+1} mindestens zwei Möglichkeiten für $n=1,2,\dots$; damit ist die Existenz einer Menge von der Mächtigkeit des Kontinuums von reellen Zahlen A mit der obengenannten Eigenschaft bewiesen.)

Reviewer: A. Rényi (Budapest)

For a scan of this review see the web version.

MSC:

11N32	Primes represented by polynomials; other multiplicative structures of polynomial values	Cited in **3** Reviews Cited in **18** Documents

Keywords:

prime-representing function

Full Text: DOI