

Gautier, P.

The motion of a projectile through the air. (Mouvement d'un projectile dans l'air.) (French)

JFM 01.0335.01

Ann. de l'Éc. Norm. V, 7-65 (1868).

Das Problem, die Bewegung eines Geschosses in der Luft mit Berücksichtigung des Widerstandes derselben zu bestimmen, hat schon früh die Augen der Mathematiker auf sich gezogen. Bereits Newton hat im Jahre 1687 dies Problem gleichzeitig mit Wallis bearbeitet. 2 Jahre später publicirte Leibnitz eine Abhandlung über denselben Gegenstand. Ihnen folgte eine Reihe anderer Mathematiker, unter denen man die Namen Bernoulli, Legendre und Euler vertreten findet. Alle Bearbeiter aber betrachteten das Geschoss als einen materiellen Punkt und den Widerstand der Luft als eine Kraft, die in der Richtung der Tangente der Bewegung entgegenwirkt. Erst Poisson (J. de l'Éc. Pol. 1838 u. 1839) nahm auf die Form des Geschosses Rücksicht, freilich mit der Beschränkung, dass sich dieselbe nur wenig von einer Kugel unterscheidet, und setzte den Widerstand proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit. (Diejenigen Leser, die sich für die Literatur dieses Gegenstandes interessiren, verweisen wir auf: Jullien, Problèmes de mécanique rationelle, Paris, 1855, t. I, p. 301).

Herr Gautier sucht nun in der vorliegenden Arbeit das Problem für jeden Rotationskörper, namentlich in Bezug auf die bei gezogenen Geschützen auftretende Derivation, zu lösen und geht dabei von folgender Betrachtung aus.

Wenn ein Körper seine augenblickliche Lage verlässt, so wirken seine Oberflächenelemente nicht auf gleiche Weise gegen die umgebende Luft und lassen sich in Beziehung darauf in 2 Theile sondern. Der eine Theil geht aus der augenblicklichen Lage heraus. Er comprimirt daher die Luft und erleidet in Folge dessen einen Widerstand, der normal von Aussen nach Innen gerichtet ist; der andere Theil geht in den besetzten Raum hinein; er verursacht eine Verdünnung der umgebenden Luft und erleidet daher einen Druck, der geringer ist, als der atmosphärische. Dies ergibt eine von Innen nach Aussen gerichtete Kraft, deren Grösse von der Dilatation der Luft abhängig ist. Diese Kräfte sind nun nicht überall gleich, sondern hängen von der normalen Geschwindigkeit der einzelnen Oberflächenelemente ab. Der Widerstand der Luft findet daher der normalen Geschwindigkeit der einzelnen Flächenelemente entgegen statt.

Im ersten Theil wird der Widerstand der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportional angenommen. Die Bewegungsgleichungen (15 mit 15 Unbekannten, die sich jedoch in Folge der Annahme eines Rotationskörpers auf 14 reduciren) sind in geschlossener Form nicht integrirbar. Der Verfasser wendet daher zur Auswerthung ein Näherungsverfahren an, das von keinem wesentlichen Interesse ist. Als erste Näherungswerthe nimmt er diejenigen, die der Bewegung im leeren Raume entsprechen würden. Die Resultate, welche sich dabei ergeben, sind folgende: Die Gleichungen, durch welche die Bewegung des Geschosses um den Schwerpunkt bestimmt wird, enthalten periodische und unperiodische Glieder. Die letzteren repräsentiren eine Gerade, die mittlere Axe des Projectils, welche sich um die durch den Schwerpunkt gelegte Vertikale mit gleichförmiger Veränderung dreht – eine Bewegung, die der Präcession analog ist; – diese Axe hat zugleich noch eine zweite Bewegung, vermittelt deren sie sich der Axe nähert oder von ihr entfernt – eine Bewegung, welche der säculären Variation der Schiefe der Ekliptik analog ist. – Die wahre Axe beschreibt um diese mittlere einen Kegel in demselben Sinne, in dem die Rotation des Geschosses um die Axe erfolgt – eine Bewegung, die der Nutation entspricht. – Aus den Gleichungen für die Bewegung des Schwerpunkts ergibt sich eine Derivation des Geschosses als Folge der Rotation der Axe um die durch den Schwerpunkt gelegte Vertikale. Diese Derivation ist unabhängig von der Ladung. Angewendet wird diese Theorie 1) auf Vollgeschosse, die homogen sind und einen Mittelpunkt haben, 2) auf homogene, hohle Kugeln, 3) auf einen homogenen Cylinder, auf dem eine Halbkugel von gleichem Durchmesser aufgesetzt ist.

Im zweiten Theil der Arbeit wird der Widerstand, gemäss der in den Jahren 1856 und 1857 in Metz gemachten Erfahrung, der dritten Potenz der Geschwindigkeit proportional gesetzt. Die Rechnung wird in derselben Weise wie im ersten Theile durchgeführt. Die Bewegung des wahren Pols um den mittleren erfolgt mit constanter Geschwindigkeit. Die Nutationsbewegung ist dieselbe, wie bei der ersten Potenz, nur der Radius hat sich geändert. Auch hier ergibt sich eine Derivation als Folge der Rotation um die durch den Schwerpunkt gehende Vertikale, die ihren Sinn mit der Rotation des Körpers ändert. Grösse

und Sinn derselben hängen bei gegebener Geschwindigkeit von der Form, der Grösse und dem Gewicht des Geschosses ab. Aus der Form der gebräuchlichen Geschosse und der Richtung der Züge in den Geschützen lässt sich bestimmen, dass die Derivation nach rechts von der Schussebene erfolgt. (Der etwaige Einfluss der Erdbewegung ist nicht berücksichtigt). Diese Theorie wird auf Projectile von cylindrischer Form angewandt und ergibt Resultate, die mit den in der Praxis gefundenen stimmen, wenn man in Rücksicht zieht, dass die Form cylindrisch, nicht conisch angenommen ist.

Reviewer: [Ohrtmann, Dr. \(Berlin\)](#)

MSC:

[70E15](#) Free motion of a rigid body

[70E99](#) Dynamics of a rigid body and of multibody systems

[70F25](#) Nonholonomic systems related to the dynamics of a system of particles

Cited in **3** Reviews

Keywords:

[ballistics](#)

Full Text: [DOI](#) [Numdam](#) [EuDML](#)