

Durège, H.

Third order plane curves. A summary of its known properties. (Die ebenen Curven dritter Ordnung. Eine Zusammenstellung ihrer bekannteren Eigenschaften.) (German)

JFM 03.0270.02

Leipzig. Teubner (1871).

Das umfangreiche Werk giebt ausser dem, was der Titel besagt, in einer einleitenden Abtheilung eine Zusammenstellung der analytischen und geometrischen Hilfsmittel, welche zum Studium der ebenen Curven dritter Ordnung nöthig sind, und kann demgemäss recht gut als Einführung in das Studium der Geometrie algebraischer Gebilde überhaupt dienen. Diese einleitende erste Abtheilung (S. 1-130) behandelt zunächst rein algebraische Hilfssätze über homogene Functionen, alsdann die lineare Geometrie der Ebene, die Projectivität und die einfachen und höheren Involutionsen; ferner die projectivischen Eigenschaften der Kegelschnitte und die Kegelschnittbüschel, sowie die polaren Eigenschaften. Darauf folgen gewisse allgemeine Sätze über algebraische Curven, namentlich über ihre Durchschnittspunkte, über Doppel- und Rückkehrpunkte, sowie über Wendepunkte im Anschluss an die Betrachtung der Hesse'schen Curve etc. Endlich wird noch die sogenannte Steiner'sche Verwandtschaft besprochen (Steiner system. Entw. p. 254 ff. oder Schröter, Steiner's Vorlesungen p. 316).

Die zweite Abtheilung behandelt in dreizehn Abschnitten die Eigenschaften der Curven dritter Ordnung. Es wird zunächst der Durchschnitt einer Geraden mit einer solchen Curve betrachtet, insbesondere auch der Tangentialpunkt oder der Punkt, in welchem eine Tangente der Curve dieselbe ausserdem schneidet; hieran schliessen sich die Untersuchungen über den neunten nothwendigen Punkt eines durch acht beliebige Punkte gelegten Büschels von Curven dritter Ordnung mit zahlreichen Folgerungen. Der zweite Abschnitt ist der projectivischen Erzeugung der Curven dritter Ordnung und besonders auch der Construction einer solchen Curve durch neun gegebene Punkte gewidmet. Die folgenden drei Abschnitte behandeln die polaren Eigenschaften, woran sich im sechsten Abschnitt die Untersuchung der Wendepunkte, sowie des durch sie gelegten (syzygetischen) Büschels schliesst. Im folgenden Abschnitte werden noch die vier von einem Curvenpunkte ausgehenden Tangenten und gewisse dabei auftretende Doppelverhältnisse besprochen, die zu weiteren Eigenschaften und Erzeugungsweisen der Curven führen. Im achten Abschnitte folgt die Betrachtung der conjugirten Pole bei Kegelschnittnetzen und als ihr Ort die Hesse'sche Curve; so wie der Satz, dass jede Curve dritter Ordnung auf dreifache Weise als Hesse'sche Curve auftritt. Der neunte Abschnitt behandelt die Cayley'sche Curve, die beiden folgenden noch weitere polare Eigenschaften, zunächst mit Beziehung auf den begleitenden Kegelschnitt d. h. denjenigen, welcher durch die Tangentialpunkte der sechs Durchschnittspunkte irgend eines Kegelschnitts mit der Curve hindurchgeht. Diese Betrachtungen führen dann zu den Kegelschnitten, welche die Curve dritter Ordnung in drei getrennten Punkten berühren. Daran reihen sich im zwölften Abschnitt die Sätze über die Kegelschnitte, welche Curven dritter Ordnung osculiren (vergl. die Abhandlung des Verfassers, Prag. Ber. 1870, s. F. d. M. II. 507) und endlich im dreizehnten Sätze über Curvenbüschel und cubische Involutionsen.

Trotz dieser Mannigfaltigkeit des Inhalts sind indessen einige wichtige Seiten, nach denen hin sich die Untersuchungen über Curven dritter Ordnung bewegt haben, unberücksichtigt geblieben. Es fehlt z. B. eine Behandlung der Steiner'schen Polygone, die sich naturgemäss an die des nothwendigen Punktes anschliesst, und der Zusammenhang derselben mit den Additionstheoremen der elliptischen Functionen, der durch Clebsch nachgewiesen ist. Auch die Untersuchungen der neueren Algebra nach den Arbeiten von Cayley, Clebsch und Gordan haben keine Berücksichtigung gefunden, und endlich ist ein grosser Theil der Grassmann'schen Arbeiten nicht herangezogen, wie dies im Interesse der Vollständigkeit eines solchen zusammenfassenden Werkes erwünscht gewesen wäre. Ein Eingehen auf die Eigenschaften specieller Curven z. B. solchen mit Doppel- oder Rückkehrpunkten lag wohl nicht im Plane des Verfassers. Die Darstellung ist durchweg klar und übersichtlich; es wechseln wie in den Fiedler-Salmon'schen Werken Rechnung und geometrische Betrachtung ab, wie es grade dem Zwecke der Untersuchung am besten entspricht. Durch eine sorgfältige Angabe der Quellen, welche jedem Satze zugefügt ist, wird das Buch auch dem mit der Sache selbst Vertrauten Nutzen gewähren.

Reviewer: August, Dr. (Berlin)

MSC:

- 14-00 General reference works (handbooks, dictionaries, bibliographies, etc.)
pertaining to algebraic geometry
14H50 Plane and space curves
33E05 Elliptic functions and integrals

Cited in 2 Reviews Cited in 1 Document

Keywords:

third order curves; plane curves; homogeneous functions; projectivity; involution; projective properties of conics; pencil of conics; polar properties; Steiner system; Hesse' curve; pencil of third order curves; Cayley' curve; cubic involution; Steiner's polygon; elliptic functions