Study, E.

On the determination of extensive proportions. (Ueber die Massbestimmung extensiver Grössen.) (German) JFM 17.0516.02

Wien. Ber. XCI, 100-137 (1885).

Wenn ein α-facher Punkt e aus den festen Punkten $e_1, e_2, \dots, e_n$ mittels der Zahlen $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ abgeleitet ist, sodass

$$(1) \quad \alpha e = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \cdots + \alpha^n e_n,$$
$$(2) \dots \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n$$

ist, so definirt Grassmann als "numerischen Wert" von e die Grösse

$$+\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \cdots + \alpha_n^2}.$$

Da diese Definition sich nicht von vornherein als eine notwendige kennzeichnet und auch die Frage über ihren Zusammenhang mit den für Ausdehnungsgrössen höherer Stufen geltenden entsprechenden Definitionen offen lässt, so unternimmt es der Verfasser, dieselbe als speciellen Fall aus allgemeinen Voraussetzungen abzuleiten, indem er an Stelle der durch die Gleichung (2) definirten Function zunächst eine allgemeinere Function α (den "Masswert" der extensiven Grösse) setzt, und dieselbe durch die in den allgemeinen geometrischen Axiomen ausgedrückten Forderungen einschränkt. Hierbei stellt sich zunächst heraus, dass das Quadrat des Masswertes eine ganze Function der Ableitungszahlen sein muss. Die zweite Specialisirung wird getrennt für die Gebiete 2^{ter} und 3^{ter} Stufe durchgeführt, indem im ersten Falle die Lage der beiden Nullpunkte der den Masswert darstellenden quadratischen Form, im zweiten das Verhalten des den Ort dieser Nullpunkte darstellenden Kegelschnitts für die Einteilung der Fälle massgebend ist. Man erhält nämlich im Gebiet 2^{ter} Stufe die nichteuklidische oder die euklidische Massbestimmung, jenachdem die Function α^2 sich auf eine Summe von 2 Quadraten oder auf ein Quadrat reduciren lässt, und im Gebiet 3^{ter} Stufe die Kugelgeometrie, die euklidische oder eine dritte vom Verfasser noch näher untersuchte Form, jenachdem hier die analoge Reduction auf drei Quadrate, zwei oder eins führt.

Reviewer: Schlegel, Dr. (Hagen)

MSC:

26B15 Integration of real functions of several variables: length, area, volume
28A75 Length, area, volume, other geometric measure theory
49Q15 Geometric measure and integration theory, integral and normal currents in optimization
51M20 Polyhedra and polytopes; regular figures, division of spaces
51M25 Length, area and volume in real or complex geometry

Keywords:

numerical values of special functions; areas of second order; areas of third order; non-euclidean determined measures; euclidean determined measures; sum of squares