Dickson, L. E.

The analytic representation of substitutions on a power of a prime number of letters with a discussion of the linear group. I, II. (English) JFM 28.0135.03

Ann. Math. 11, 65-120 (1896); 11, 161-183 (1896).

Die umfangreiche Arbeit ist eine Anwendung der für die höhere Algebra so bedeutsamen Theorie des Galoisschen Zahlkörpers. Diese Theorie wird vom Verf. vorausgesetzt und in der abstracten Form benutzt, welche Moore [Chicago Congr. Papers, 208–242 (1896; JFM 27.0104.01)] ihr gegegen hat; man vergleiche auch die einschlägigen Arbeiten von Galois, Jordan und Weber sowie die Lehrbücher von Serret und Borel et Drach. — Die Einleitung enthält die vollständige Litteratur über die analytische Darstellung der Substitutionen.

Der erste Theil der Arbeit verfolgt einen doppelten Zweck: einerseits die vollständige Bestimmung aller rationalen Functionen einer Stelle des Galois'schen Zahlkörpers der Ordnung p^n von möglichst hohem Grade, welche geeignet sind, Substitutionen von p^n Buchstaben darzustellen, wo p eine Primzahl und n eine beliebige ganze Zahl ist [Verf. nennt diese rationalen Functionen kurz „Substitutionsgrössen" (substitution quantics)]; andererseits die Bestimmung von besonderen Substitutionsgrössen in Bezug auf p^n Buchstaben, wo für jede Substitutionsgrösse die Combination (p, n) unendlich viele Werte annimmt. Dieser Teil zerfällt in vier Abschnitte: der erste Abschnitt enthält die allgemeine Theorie der Substitutionsgrössen und bringt u. a. Lagrange's Interpolationsformel, ein Resultat von de Polignac, eine Verallgemeinerung des Hermite'schen Theorems, eine Matrixeigenschaft und die reducirte Form der Substitutionsgrösse. Der zweite Abschnitt behandelt Substitutionsgrössen, deren Grad relativ prim zu p, der dritte Grössen, deren Grad eine Potenz von p, und der vierte Grössen, deren Grad ein Vielfaches, aber keine Potenz von p ist. Die Resultate der Untersuchung rechtfertigen die Vermutung, dass es nur eine kleine Zahl von Typen der Substitutionsgrössen von so weitem Umfange giebt, dass sie zusammen alle $p^n!$ Substitutionen von p^n Buchstaben darstellen. Den Schluss des ersten Teiles bilden Miscellen, so u. a. ein abzählender Beweis des Wilson'schen Theorems.

Der zweite Teil enthält eine Verallgemeinerung der Arbeit Jordans über die linearen homogenen Gruppen; zu diesem Zwecke musste die Behandlungsweise derselben, um den Gegenstand zugänglicher zu machen, bedeutend modificirt werden. Die Voraussetzung, dass der Modul eine Primzahl ist, ermöglicht viele Vereinfachungen. Auch manche Erweiterungen und Berichtigungen einiger Irrtümer der Jordan'schen Arbeit werden vom Verf. beigebracht. Die drei Abschnitte dieses Teiles behandeln die lineare homogene Gruppe (bemerkenswert ist hier ein dreifach unendliches System einfacher Gruppen), die linear gebrochene Gruppe (hier möge das Resultat hervorgehoben werden: „Eine Gruppe von linear gebrochenen Substitutionen mit der Determinante 1 ist einfach") und endlich die Betti-Mathieusche Gruppe, deren Identität mit Jordans linearer Gruppe nachgewiesen wird.

Reviewer: Wallenberg, Dr. (Berlin)

Full Text: DOI