zbMATH Open
THE FIRST RESOURCE FOR MATHEMATICS

Cartan, E.

Les sous-groupes des groupes continus de transformations. (French) JFM 39.0206.04

Ann. de l'Éc. Norm. (3) 25, 57-194 (1908).

Die Arbeit schließt sich an an die F. d. M. 36, 223, 1905, JFM 36.0223.03, besprochene. Der Verf. will zeigen, daß der früher von ihm aufgestellte allgemeine Strukturbegriff es ermöglicht, den *Lie*schen Satz über die algebraische Bestimmbarkeit aller Untergruppen einer endlichen kontinuierlichen Gruppe auf die unendlichen kontinuierlichen Gruppen auszudehnen. In Kap. I erledigt er ein allgemeines Äquivalenzproblem für Systeme von *Pfaff*schen Ausdrücken und Funktionen, ein Problem, das z. B. dann auftritt, wenn es sich darum handelt, zu erkennen, ob zwei vorgelegte Systeme von *Pfaff*schen Gleichungen einer gegebenen endlichen oder unendlichen Gruppe gegenüber äquivalent sind. Als Anwendung behandelt er die Frage nach der Äquivalenz zweier gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung in x, y gegenüber der unendlichen Gruppe: $x' = X(x), y' = Y(y)$. In Kap. II wird eine beliebige Gruppe G betrachtet, die nötigenfalls durch Hinzunahme von Veränderlichen so erweitert wird, daß ihre Definitionsgleichungen von der ersten Ordnung sind. Ist g eine Untergruppe von G, so kann man durch Aufstellung der normalen Erweiterungen $G^{(1)}, G^{(2)}, \dots$ von G zu einer Gruppe $G^{(q)}$ gelangen, deren g entsprechende Untergruppe $g^{(q)}$ Definitionsgleichungen nullter Ordnung hat, also durch die Invarianz gewisser Funktionen der von $G^{(q)}$ transformierten Veränderlichen definiert wird. Die kleinste Zahl q dieser Art nennt der Verf. den *Grad* der Untergruppe g, und er zeigt, daß das Problem der Bestimmung aller Untergruppen von G zurückgeführt werden kann auf eine Reihe von Problemen, wo man jedesmal für eine vorgelegte Gruppe Γ alle Untergruppen vom Grade Null zu bestimmen hat und für jede solche Untergruppe die größte Untergruppe von Γ, in der sie invariant ist; außerdem muß man noch entscheiden können, wann zwei solche Untergruppen innerhalb Γ gleichberechtigt sind. Jedes Problem dieser Art aber verlangt nur algebraische Operationen, wenn man nur die Struktur der Untergruppen haben will, während allerdings die Aufstellung der Definitionsgleichungen Integration erfordert. Diese allgemeine Theorie wird dann angewandt auf die Bestimmung der Untergruppen einer endlichen kontinuierlichen Gruppe und auf die unendliche Gruppe der konformen Transformationen in der Ebene. In Kap. III und IV werden dann alle Untergruppen der unendlichen Gruppe aller Punkttransformationen der Ebene bestimmt und so die alte *Lie*sche Bestimmung aller Gruppen von Punkttransformationen der Ebene auf ganz neue Weise durchgeführt; ein wesentlicher Vorzug dieser Weise besteht darin, daß die endlichen und die unendlichen Gruppen gleichzeitig durch ein einheitliches Verfahren erhalten werden.

Reviewer: Engel, Prof. (Greifswald)

Cited in **3** Reviews
Cited in **41** Documents

Full Text: DOI Numdam EuDML