Herglotz, G.

Über Potenzreihen mit positivem, reellem Teil im Einheitskreis. (German) JFM 42.0438.02

Leipz. Ber. 63, 501-511 (1911).

Die von *Carathéodory Toeplitz* u. a. behandelte Frage nach den Bedingungen für die Koeffizienten einer Potenzreihe $\frac{1}{2}c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \cdots$ unter denen ihr reeller Teil $\Omega(r, \vartheta)$ im Einheitskreise positiv bleibt, und ihr Zusammenhang mit dem *Stieltjes*schen Momentenproblem wird von neuem auf einfache Weise behandelt.

In der Einleitung ist die bisherige Literatur dieser Frage zusammengestellt; im ersten Paragraphen wird gezeigt, daß die verlangten Bedingungen identisch sind mit denen, unter welchen die *Hermite*schen Formen der n Veränderlichen $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$ $(n = 1, 2, \dots)$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \Omega(r,\vartheta)\,|x_0 + x_1 z + x_2 z^2 + \cdots + x_{n-1} z^{n-1}|\,d\vartheta$$
$$= \sum_0^{n=1}{}^{\mu} c_{\mu-\nu} x_\nu \overline{x}_\mu r^{\nu+\mu+|\nu-\mu|}$$

definit sind. Im zweiten Paragraphen wird dann bewiesen, daß hierzu notwendig und hinreichend ist, daß die Determinanten

$$\begin{vmatrix} c_0 & \overline{c}_1 & \overline{c}_2 & \cdots \overline{c}_{n-1} \\ c_1 & c_0 & \overline{c}_1 & \cdots \overline{c}_{n-2} \\ c_{n-1} & c_{n-2} & c_{n-3} & \cdots c_0 \end{vmatrix} \geqq 0,$$

sind. Im dritten Paragraphen wird endlich gezeigt, daß die gleichen Bedingungen notwendig und hinreichend sind, damit zu den gegebenen c_ν eine abnehmende Funktion $\mu(\vartheta)$ gefunden werden kann, für welche (die Integrale im *Stieltjes*schen Sinne verstanden)

$$c_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} e^{-i\nu\vartheta} d\mu(\vartheta), \quad \overline{c}_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} e^{i\nu\vartheta} d\mu(\vartheta) \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots)$$

wird.

Reviewer: Faber, Prof. (Straßburg)