Cartan, E.

Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane. (French)

JFM 44.0170.02
S. M. F. Bull. 41, 53-96 (1913).

Um die Bestimmung aller primitiven Gruppen von Punkttransformationen mit Erfolg in Angriff nehmen zu können, muß man alle projektiven Gruppen kennen, die nichts Ebenes invariant lassen. *Kowalewski* und seine Schüler haben die letztere Aufgabe für die Räume von 4,5 und 6 Dimensionen gelöst (F. d. M. 30, 1899 (JFM 30.1899.*), 335; 38, 1907, 688; 39, 1908, 209), aber die dabei benutzte Methode ist nicht geeignet, zur allgemeinen Lösung der Aufgabe zu führen. *Cartan* gibt hier die allgemeine Lösung, indem er sich auf die von *Killing* und von ihm selbst herrührende Theorie der einfachen und der halbeinfachen Gruppen stützt. Sein Ergebnis ist folgendes: Jede projektive Gruppe, die nichts Ebenes invariant läßt, ist entweder einfach oder halbeinfach. Zu jeder Zusammensetzung, die eine r-gliedrige einfache Gruppe vom Range l haben kann, gehören l fundamentale lineare homogene Gruppen $g_1, \dots, g_l$ von dieser Zusammensetzung. Man schreibt die Transformationsgleichungen von $g_1, \dots, g_l$ nebeneinander in l verschiedenen Reihen von Veränderlichen $x_i', x_i'', \dots, x_i^{(l)}$ und erhält so eine Gruppe g. Sodann wählt man nach einer bestimmten Regel unter den Veränderlichen jeder Gruppe g_k eine gewisse aus, die $x_1^{(k)}$ heißen möge, und transformiert den Ausdruck

$$(x_1')^{p_1}(x_1'')^{p_2}\dots(x_1^{(l)})^{p_l},$$

wo $p_1, \dots, p_l$ ganze Zahlen $\geqq 0$ bedeuten, vermöge der Gruppe g. Man erhält so eine bestimmte Anzahl linear unabhängiger Ausdrücke, und die Gruppe, die angibt, wie diese Ausdrücke bei g transformiert werden, ist eine Gruppe von der betreffenden Zusammensetzung, die nichts Ebenes invariant läßt. Auf die angegebene Weise erhält man alle Gruppen dieser Art. Aus diesen Gruppen wiederum erhält man die halbeinfachen Gruppen, die nichts Ebenes invariant lassen, durch eine Art Multiplikation. Sind nämlich z. B. g in den Veränderlichen $x_1, \dots, x_m$ und g' in den Veränderlichen $y_1, \dots, y_n$ zwei einfache Gruppen, die nichts Ebenes invariant lassen, so stellt man die Gruppe auf, durch die die mn Produkte x_iy_k bei g und g' transformiert werden, und erhält so eine halbeinfache Gruppe, die nichts Ebenes invariant läßt. In ähnlicher Weise kommt man immer zum Ziele. Der Verf. stellt für alle Typen von Zusammensetzungen einfacher Gruppen die zugehörigen fundamentalen linearen homogenen Gruppen auf. Für die allgemeine projektive Gruppe des R_l findet man z. B. als fundamentale Gruppen die spezielle lineare homogene Gruppe in $l+1$ Veränderlichen und die Gruppen, durch die bei dieser die *Plücker*schen Koordinaten der k-fach ausgedehnten ebenen Mannigfaltigkeiten $(k = 1, 2, \dots, l-2)$ des R_l transformiert werden. In den anderen Fällen ist das Ergebnis weniger einfach zu beschreiben. Bemerkt sei noch, daß der Verf. nur die Gruppen im Gebiete komplexer Veränderlicher betrachtet. Die entsprechende Untersuchung im reellen Gebiete, bei der natürlich zu den hier gefundenen Gruppen noch eine ganze Anzahl von neuen hinzukommt, behält er sich für später vor.

Reviewer: Engel, Prof. (Gießen)

Full Text: DOI Numdam EuDML