Hasse, H.
Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper. I: Klassenkörpertheorie. (German) JFM 52.0150.19
Jahresber. Dtsch. Math.-Ver. 35, 1-55 (1926).

Der vorliegende Bericht ist einer übersichtlichen Zusammenfassung der Takagischen [*T. Takagi*, J. Coll. Sci. Tokyo 41, Artikel Nr. 9, 133 S. (1920; JFM 47.0147.03)] Beweismethoden für die Sätze über Klassenkörper gewidmet. Ausgangspunkt ist das Hilbertsche Problem der Existenz des Klassenkörpers [*D. Hilbert*, Jahresber. Dtsch. Math.-Ver. 4, i–xviiiI, 175–546 (1897; JFM 28.0157.05)] und die Furtwänglerschen Existenzbeweise [*Ph. Furtwängler*, Gött. Nachr. 1906, 417–434 (1906; JFM 37.0244.01)]. Es wird zuerst die Webersche Verallgemeinerung des Idealklassenbegriffs [*H. Weber*, Math. Ann. 48, 433–473 (1897; JFM 28.0083.04); Math. Ann. 49, 83–100 (1897; JFM 28.0083.05)] zur Verallgemeinerung des Klassenkörperbegriffs benutzt. Dann werden die Takagischen Sätze angegeben. Nun folgt die Formulierung der Takagischen Klassenkörperdefinition, die sich späterhin mit der Weberschen äquivalent erweist. Schließlich werden die Beweisgedanken für die Takagischen Sätze unter Verzicht auf Einzelheiten gebracht, wobei eine etwas abgeänderte Beweisanordnung einige Vereinfachungen mit sich bringt. Es folgt das Analogon zum Satz von der arithmetischen Progression. Dann wird kurz auf den Komplex der Heckeschen Sätze [*E. Hecke*, Gött. Nachr. 1917, 90–95 (1917; JFM 46.0257.01); Math. Z. 1, 357–376 (1918; JFM 46.0258.01); Math. Z. 6, 11–51 (1920; JFM 47.0152.01)] eingegangen. Schließlich werden noch die Ergebnisse behandelt, die die Takagische Theorie für den Problemkreis des Kronecker-Weberschen Satzes liefern.

Den Schluß bilden drei noch ungelöste Probleme:

(1) Das Hilbertsche Problem der Konstruktion des Klassenkörpers für einen beliebigen Grundkörper durch spezielle Funktionswerte für Argumente aus dem Grundkörper von geeigneten analytischen Funktionen;

(2) das Hilbertsche Problem, ob im Klassenkörper (nach der Hilbertschen Definition) die Ideale des Grundkörpers (im engeren Sinne) Hauptideale werden;

(3) das Furtwänglersche Problem des Klassenkörperturmes: ob es eine ins Unendliche aufsteigende Folge von Körpern gibt, deren jeder Klassenkörper über dem vorhergehenden ist, oder ob eine solche Folge stets abbricht.

Zahlreiche beigegebene Erläuterungen erleichtern dem Lernenden das Studium der schönen Arbeit.

{Anm.: Als Sonderdruck neu herausgegeben als „Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper. I: Klassenkörpertheorie. Ia: Beweise zu Teil I. II: Reziprozitätsgesetz. Leipzig: B. G. Teubner (1930; JFM 56.0165.01).}

Reviewer: Neumann, B. H., Dr. (Cambridge)

MSC:

11R37 Class field theory

Keywords:

class field theory; Takagi's theorems; Hilbert problem; existence of class fields; Furtwängler's existence proofs; Weber's generalization of ideal classes; open problems

Full Text: EuDML