Tallqvist, H. I.

Über die Bewegung eines Punktes, welcher von zwei festen Zentren nach dem Newtonschen Gesetze angezogen wird. (German) JFM 53.0738.01

Acta Soc. sc. Fennicae (2) A, 1, Nr. 1, 135 S. (1927).

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem bekannten, schon von *Euler, Lagrange, Legendre, Jacobi* untersuchten Sonderfall des astronomischen Dreikörperproblems, in dem zwei von den drei Massenpunkten als unbeweglich angenommen werden. Das Hauptziel ist die quantitative Diskussion der Bahnformen vermittels elliptischer Funktionen. Dem Verf. sind offenbar die Abhandlungen von *R. Haussner*: Die Bewegung eines von zwei festen Zentren nach dem Newtonschen Gesetze angezogenen materiellen Punktes, Diss. Göttingen 1889 (F. d. M. 21, 910 (JFM 21.0910.*)-912), und von seinem Schüler *W. Helmert*: Bewegung eines von zwei festen Zentren angezogenen Massenpunktes im Raum, Diss. Jena 1914, entgangen, die dasselbe Problem mit denselben Hilfsmitteln behandeln.

Nach dem Vorgange der "Mechanik des Himmels" von *Charlier* (Leipzig 1902) wird die *Hamilton-Jacobi*sche Integrationstheorie unter Zugrundelegung elliptischer Koordinaten auf den ebenen Fall angewendet.

Im ersten Teil der Abhandlung werden aus den intermediären Integralen in den elliptischen Koordinaten λ, μ:

$$(\lambda^2-\mu^2)\frac{d\lambda}{dt}=\pm\sqrt{2(\lambda^2-c^2)L(\lambda)},$$
$$(\lambda^2-\mu^2)\frac{d\mu}{dt}=\mp\sqrt{2(\mu^2-c^2)M(\mu)},$$

wobei

$$L(\lambda)=h\lambda^2+(m_1+m_2)\lambda+\alpha,\quad M(\mu)=h\mu^2+(m_1-m_2)\mu+\alpha$$

ist und h die Energiekonstante, α die Jacobische Integrationskonstante, $2c$ den Abstand der beiden Zentren bedeutet, mit der Beschränkung

$$-c\leqq\mu\leqq+c\leqq\lambda<+\infty$$

durch $L=M=0$ die möglichen Bahngebiete erschlossen. Aus der Energiegleichung ergibt die Unterscheidung $h<0$ im Endlichen verlaufende und $h\geqq 0$ ins Unendliche laufende Bahnen. Die von *Charlier* unterschiedenen Bahntypen: Lemniskaten-, Satelliten-, Planeten-, konvergierende und divergierende Spiral-, Pendel-, asymptotisch-hyperbolische und geradlinige Bewegung werden nochmals an der Hand der Nullstellen der Funktionen L und M diskutiert und dabei einige bei *Charlier* vorkommende Unstimmigkeiten richtiggestellt. Je nachdem die Nullwerte getrennt sind oder zusammenfallen, entstehen überdies Librations- bzw. Limitationsbewegungen.

Im zweiten Teile führt Verf. die Integrale und ihre Umkehrungen in die *Weierstraß*sche Form über und vollzieht die Bestimmung der Konstanten vermittelst der im ersten Teile gewonnenen Klassifikation der Bahnformen. Für die numerische Auswertung greift er naturgemäß auf die *Legendre*schen Normalformen und Tabellen zurück, führt die Berechnung an einer Reihe charakteristischer Fälle für das Verhältnis 1 : 2 der anziehenden Massen eingehend durch und zeichnet die zugehörigen Bahnfiguren, im ganzen 23 Fälle mit 16 Figuren.

Reviewer: Winkelmann, M., Prof. (Jena)