Cartan, E.

**Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann.** (French) JFM 54.0755.01

Paris: Gauthier-Villars (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de G. Julia, 2). VI, 273 p. (1928).

Was an diesen Vorlesungen in erster Linie auffällt, ist der geringe Gebrauch, der vom absoluten Differentialkalkül gemacht wird, und die ausführliche Behandlung der Raume konstanter Krümmung, besonders hinsichtlich ihrer Eigenschaften im Großen. Verf. schließ t sich methodisch eng an seine Mémorial-Monographie (1925; F. d. M. 51) an.

Er beginnt mit einem Kapitel über Vektoren und Tensoren und entwickelt dann, indem er den $n$-dimensionalen euklidischen Raum auf krummlinige Koordinaten bezieht, die wesentlichsten Begriffe der *Riemann*schen Differentialgeometrie. In Kap. III wird der im Kleinen euklidische Raum auf seine Eigenschaften im Großen hin untersucht; es wird die zugehörige Gruppe und ihr Fundamentalpolyeder eingeführt; der zweidimensionale Fall wird besonders ausführlich behandelt, und schließlich wird der im Großen euklidische Raum durch die freie Beweglichkeit charakterisiert.

In Kap. IV wird die Linie der differentialgeometrischen Untersuchung im Kleinen weiter verfolgt; nachdem in Kap. III bereits die Begriffe *Mannigfaltigkeit, Riemannscher Raum, Normalität* (d. h. jede beschränkte Teilmenge ist kompakt) eingeführt worden werden die Begriffe *Parallelübertragung* und *geodätische Linie* erklärt. Das geschieht mit Hilfe der Definition des *euklidischen Tangentialraumes* (ein euklidisches $d\sigma^2$, das im *Berührungspunkt* mit dem $ds^2$ des *Riemann*schen Raumes übereinstimmt) und des *euklidischen Schmiegraumes* (die Übereinstimmung geht bis zu den ersten Ableitungen der Koeffizienten). Die Ergebnisse werden auf die Flächen im dreidimensionalen euklidischen Raum angewendet.

Die Kap. V und VI sind den Räumen konstanter Krümmung gewidmet, und zwar wird in Kap. V gezeigt, daß für einen dreidimensionalen *Riemann*schen Raum folgende drei Eigenschaften gleichwertig sind: (1) er ist frei beweglich, d. h. er besitzt eine Isometriegruppe vom gleichen Transitivitätsgrad wie der euklidische Raum; (2) jede seiner zweidimensionalen geodätischen Mannigfaltigkeiten ist total geodätisch; (3) er ist dem euklidischen Raum projektiv gleichwertig. In Kap. VI werden sehr ausführlich die zweidimensionalen nichteuklidischen Geometrien behandelt, ferner die Eigenschaften im Großen höherdimensionaler Räume konstanter Krümmung.

Kap. VII-IX handelt vom Krümmungstensor, den *Bianchi*schen Identitäten und den geodätischen Koordinatensystemen. Note I und II beschäftigen sich mit einigen Fragestellungen über *Riemann*sche Raume, bei denen Verf. die üblichen Stetigkeits- und Differenzierbarkeitsvoraussetzungen durch weniger einschneidende ersetzt hat. Verf. führt hier eine *lineare Krümmung* ein, die daher rührt, daß beim Überschreiten einer gewissen Hyperfläche die Normalableitungen der $g_{ik}$ springen.

Note III enthält Untersuchungen über die Verteilung der geodätischen Linien in Räumen nichtpositiver Krümmung, die sich an die bekannten *Hadamard*schen Untersuchungen anschließen.

Besprechungen: Bulletin sc. Math. 53 (1929), 67-68. L. Bieberbach; Jahresbericht D. M. V. 38 (1929), 109-110 kursiv. Enea Bortolotti; Bollettino U. M. I. 8 (1929), 40-48. M. S. Knebelman; Amer. Math. Monthly 36 (1929), 528-530.

Reviewer: Freudenthal, H., Dr. (Amsterdam)



**Full Text:** EuDML