

Cartan, E.

Sur la détermination d'un système orthogonal complet dans un espace de Riemann symétrique clos. (French) [JFM 55.1029.01](#)

Rendiconti Palermo 53, 217-252 (1929).

E sei ein *geschlossener Riemannscher* Raum, der eine (geschlossene) transitive Gruppe G von Bewegungen in sich zuläßt. Eine "Reihe von Fundamentalfunktionen" nennt Verf. ein System von Funktionen eines in E variablen Punktes, die sich (vermittels der Transformationen einer zu G isomorphen linearen Gruppe Γ) durch die Transformationen von G linear transformieren. Offenbar ist jede solche Reihe von Funktionen durch eine Funktion der Reihe bestimmt; Verf. zeigt, daß alle und nur die irreduziblen Reihen von Fundamentalfunktionen, die durch dieselbe lineare Darstellung Γ von G in sich transformiert werden, erhalten werden können, indem man ausgeht von den linearen Invarianten der Untergruppe γ von Γ , die der "Isotropiegruppe" g in bezug auf den Anfangspunkt O , d. h. der "Stabilitätsuntergruppe" von O in G entspricht. Vermittels rein algebraischer Betrachtungen zeigt Verf., daß die Reihen von Fundamentalfunktionen, die den einzelnen linearen Invarianten der Untergruppen γ , die mit Hilfe aller irreduziblen linearen Darstellungen von G konstruiert werden, entsprechen, *ein Orthogonalsystem in E bilden*; durch elegante Anwendung der Theorie der Integralgleichungen zeigt er, daß ein solches Orthogonalsystem *vollständig* ist. Verf. geht dann zur Untersuchung des Falles über, daß E ein geschlossener *symmetrischer Riemannscher* Raum ist (d. h. daß die Symmetrie bezüglich eines beliebigen Punktes von E eine Isometrie ist). In diesem Falle kann jeder irreduziblen linearen Darstellung von G nur *eine* Reihe von Fundamentalfunktionen entsprechen. Mehr in die Tiefe, bis zur wirklichen Konstruktion aller Reihen von Fundamentalfunktionen, führt Verf. die Untersuchung für die *irreduziblen* geschlossenen symmetrischen Räume, in denen die umfassendste kontinuierliche Gruppe von Bewegungen *einfach* ist. Die vielen interessanten Eigenschaften, die er erhält, sind Verallgemeinerungen von Eigenschaften aus der bekannten Theorie der sphärischen Funktionen von *Laplace*. Diese Theorie entspricht dem Falle, in dem E ein "elliptischer *Hermitescher*" Raum von einer (komplexen) Dimension ist; allgemeiner betrachtet Verf. als Anwendung der Theorie den Fall der elliptischen *Hermiteschen* Räume von n Dimensionen (die ausführlich untersucht sind in dem neueren Buch des Verf. "Leçons sur la géométrie projective complexe" (1931; F. d. M. 57), p. 235 u. folg.) und den der einfach zusammenhängenden sphärischen Räume von n Dimensionen.

Reviewer: [Enea Bortolotti](#), Prof. [Enea](#) (Florenz)

Cited in 1 Review
Cited in 47 Documents

Full Text: [DOI](#)

References:

- [1] F. Peter und H. Weyl, Die Vollständigkeit der primitiven Darstellungen einer geschlossenen kontinuierlichen Gruppe [*Mathematische Annalen*, Bd. 97 (1927), p. 737–755]. Voir aussi H. Weyl, Sur la représentation des groupes continus [*L'Enseignement mathématique*, t. 26 (1927), p. 226–239]. · [Zbl 53.0387.02](#) · [doi:10.1007/BF01447892](#)
- [2] Voir par exemple T. Lalesco, Introduction à la théorie des équations intégrales (Paris, Hermann, 1912), p. 64.
- [3] Lalesco, loc. cit. 5). p. 69.
- [4] E. Cartan, E. Cartan, Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane [*Bulletin de la Société Mathématique de France*, t. 41 (1913), p. 53–96]. · [Zbl 44.0170.02](#) · [doi:10.24033/bsmf.916](#)
- [5] Ces espaces ont fait l'objet de deux mémoires fondamentaux: E. Cartan, Sur une classe remarquable d'espaces de Riemann [*Bulletin de la Société Mathématique de France*, t. 54 (1926), p. 214–264 et t. 55 (1927), p. 114–134]; Sur certaines formes riemanniennes remarquables des géométries à groupe fondamental simple [*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. 44 (1927), p. 345–467]. · [doi:10.24033/bsmf.1105](#)
- [6] l. c. 9), p. 431.
- [7] l. c. 9), p. 368.
- [8] l. c. 9), p. 426.

- [9] , p. 351–356.
- [10] l. c. 9), p. 427.
- [11] E. Cartan, Complément au mémoire “Sur la Géométrie des groupes simples{” [Annali di matematica pura ed applicata, 4e série, t. V (1928), p. 253–260].} · Zbl 54.0445.06 · doi:10.1007/BF02415426
- [12] l. c. 9), p. 357.
- [13] l. c. 9), p. 356.
- [14] L’espace E obtenu est l’espace hermitien elliptique; c’est, dans ma classification des espaces symétriques irréductibles clos, l’espace du type (A IV) [l. c.9), p. 466–447].
- [15] C’est, avec les notations de mon mémoire déjà cité 8)
- [16] Voir à ce sujet H. Weyl, Theorie der Darstellung kontinuierlicher halb-einfacher Gruppen durch lineare Transformationen I [Mathematische Zeitschrift, Bd. 23 (1925), p. 271–316], p. 300. · Zbl 51.0319.01 · doi:10.1007/BF01506234
- [17] C’est l’espace symétrique irréductible du type (B D II) [l. c. 9), p. 450–451].
- [18] l. c. 9), p. 430.
- [19] Cfr. E. Cartan, Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann (Paris, Gauthier-Villars, 1928), p. 88.
- [20] Cette surface a fait l’objet d’une note récente de O. Bourvka, Sur une classe de surfaces minima plongées dans un espace à quatre dimensions à courbure constante [Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des Sciences, t. 187, (2e semestre 1928), p. 334–336].
- [21] Cela tient à ce que tous les espace E' sont des espaces de recouvrement pour un espace particulier E u, dont de groupe de connexion est fini [l. c. 9), p. 430].

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.