von Neumann, J.

Zur Theorie der unbeschränkten Matrizen. (German) JFM 55.0825.01

J. Reine Angew. Math. 161, 208-236 (1929).

Die Arbeit schließt sich direkt an des Verf. "Allgemeine Eigenwerttheorie Hermitescher Funktionaloperatoren" (vgl. das vorstehende Referat) an. Die unendliche Matrix $A = \{a_{\mu\nu}\}$, μ, $\nu = 1, 2, \dots$, heißt *Hermite*sch quadrierbar (kurz: H. quadr.), wenn $a_{\mu\nu} = \overline{a_{\nu\mu}}$ und alle $\sum_{\nu=1}^{\infty} |a_{\mu\nu}|^2$ endlich sind. Durch Hinzunahme irgend eines (vollständigen) Orthogonalsystems entsteht aus der Matrix ein H. O.; umgekehrt kann man jeden H. O. derart darstellen, jedoch im Unbeschränkten nicht vermittels eines beliebigen, sondern nur eines *passenden* Orthogonalsystems. Ist nämlich $U = \{u_{\mu\nu}\}$ unitär, so braucht im Unbeschränkten die Matrix $B = UAU^{-1}$, die einen Übergang zu einem neuen Orthogonalsystem entspricht, entweder überhaupt nicht zu existieren, oder, wenn sie existiert, nicht denselben H. O. darzustellen. Hieraus ergeben sich zahlreiche "Pathologien" der unbeschränkten Matrizen.

Die "normalen" Sätze der Arbeit bewegen sich in der folgenden Richtung: "Zu zwei beliebigen nicht beschränkten H. quadr. Matrizen A und B gibt es *drei* unitäre U_1, U_2, U_3, so daß die sukzessiven Bildungen $A_1 = U_1 A U_1^{-1}$, $A_2 = U_2 A_1 U_2^{-1}$, $A_3 = U_3 A_2 U_3^{-1}$ sinnvoll sind, und daß $B = A_3$. Die Zahl drei läßt sich nicht mehr verringern". Insbesondere wird die Frage der Zurückführung einer beliebigen H. quadr. Matrix (und der dazugehörigen Operatoren) auf eine Diagonalmatrix in vielen Sätzen erörtert.

Reviewer: Bochner, Dr. S. (Princeton (USA))

MSC:

46-XX Functional analysis

Full Text: DOI Crelle EuDML