Kössler, Miloš

Two remarks on number theory. (Czech. French summary) JFM 55.0701.06

Čas. Mat. Fys. 58, No. 1, 30-36 (1929).

I. *Euler* hat den Satz bewiesen: Jede positive ganze Zahl läßt sich ebenso oft aus verschiedenen ganzen positiven Summanden überhaupt zusammensetzen, wie sie aus gleichen oder verschiedenen, aber ungeraden Summanden zusammengesetzt werden kann. (Siehe z. B. *P. Bachmann*, Die analytische Zahlentheorie (1894; JFM 25.0249.02), S. 30.) Es wird ein Satz bewiesen, der dazu in der multiplikativen Theorie ein Gegenstück bildet: Jede natürliche Zahl läßt sich ebenso oft in verschiedene natürliche Faktoren zerlegen, wie dieselbe in gleiche oder verschiedene nichtquadratische Faktoren zerlegt werden kann.

II. $q_1, q_2, q_3, \dots$ seien die der Größe nach geordneten natürlichen Zahlen (> 1), die die Eigenschaft haben, keine vollständigen Potenzen einer natürlichen Zahl zu sein. Jede natürliche Zahl $n > 1$ kann eindeutig in der Form $n = q_\nu^\alpha$ geschrieben werden, wo α und ν eindeutig durch die Zahl n bestimmt sind. Die Anzahl $p(x)$ der Zahlen $q < x$, wo x eine nichtganze Zahl bedeutet, wird durch die Formel

$$p(x) = \mu(1)\{[x] - 1\} + \mu(2)\{[x^{\frac{1}{2}}] - 1\} + \cdots + \mu(k)\{[x^{\frac{1}{k}}] - 1\},$$

$$k = \left[\frac{\log x}{\log 2}\right],$$

berechnet. ($\mu(n)$ bezeichnen die *Möbius*schen Faktoren.) Das asymptotische Wachsen für $p(x)$ wird durch die Formeln:

$$p(x) = \sum_{r=2}^{\infty} \frac{\log^r x}{\zeta(r) \cdot r!} + O(\log x),$$

$$p(x) = \mu(1)x + \mu(2)x^{\frac{1}{2}} + \cdots + \mu(r)x^{\frac{1}{r}} + O\left(x^{\frac{1}{r+1}}\right)$$

geliefert, wo r eine natürliche Zahl $< \left[\frac{\log x}{\log 2}\right]$ bezeichnet.

Reviewer: Rychlík, Prof. K. (Prag)

MSC:

11A05 Multiplicative structure; Euclidean algorithm; greatest common divisors
11N25 Distribution of integers with specified multiplicative constraints

Full Text: Link