

**Bonnesen, T.**

**Les problèmes des isopérimètres et des isépiphanes.** (French) JFM 55.0431.08

Collection de monographies sur la théorie des fonctions. Paris: Gauthier-Villars. 175 p. (1929).

Die Eigenschaft des Kreises, unter allen ebenen Figuren gleichen Umfanges den größten Flächeninhalt zu umschließen, läßt sich bekanntlich durch die "klassische" isoperimetrische Ungleichung

$$\frac{L^2}{4\pi} - S \geq 0$$

( $L$  = Umfang,  $S$  = Flächeninhalt der Figur) ausdrücken. In dem vorliegenden Buch wird das Hauptgewicht nicht auf diese Ungleichung, sondern auf den Beweis schärferer Ungleichungen gelegt, in denen die rechte Seite durch einen Ausdruck ersetzt wird, der im allgemeinen positiv ist und nur dann verschwindet, wenn die Figur ein Kreis ist. Methodisch werden elementare geometrische Prozesse bevorzugt; Grenzübergänge kommen nur in der Form vor, wie sie bei der Definition von Länge, Flächeninhalt und (bei dem entsprechenden dreidimensionalen Problem) Volumen üblich und unvermeidlich sind. Damit ist aber der Inhalt des Buches keineswegs umschrieben; die klassischen Untersuchungen über diesen Fragenkomplex kommen durchaus zu ihrem Recht: Das *Steinersche* Verfahren der Symmetrisation und das *Schwarzsche* Abrundungsverfahren gehören zu den wichtigsten Hilfsmitteln des Verf. Der *Lebesguesche* Beweis für das ebene Problem, der einzige, der im Sinne des Verf. als elementar zu bezeichnen ist, fügt sich gut in den Rahmen des Buches ein. Aber auch die Untersuchungen von *H. Brunn* und von *H. Minkowski* über konvexe Körper werden berücksichtigt. Die *Minkowskischen* Ungleichungen für die Volumina und gemischten Volumina zweier konvexer Körper werden auf geometrischem Wege, und zwar in verschärfter Form, neu bewiesen; dabei wird eine geometrische Deutung der gemischten Volumina für Polyeder gewonnen. Als Vorbereitung wird im zweiten Kapitel die Theorie der konvexen Funktionen im Anschluß an *Jensen* entwickelt. Der Frage nach der Existenz einer verschärften isoperimetrischen Ungleichung für das allgemeine isoperimetrische Problem der Variationsrechnung sind das erste und das letzte Kapitel des Buches gewidmet.

Eigene Untersuchungen des Verf. sind in diesem Buch mit grundlegenden Arbeiten anderer Autoren zu einer einheitlichen Darstellung verschmolzen, die durch die Hinweise auf Zusammenhänge zwischen verschiedenen Gebieten und zwischen einzelnen Resultaten und durch die Art, wie bei Literaturangaben mit wenigen Worten die Bedeutung einer Einzelarbeit für den Problembereich gewürdigt wird, wohl den Forderungen gerecht wird, die an eine Monographie zu stellen sind.

Inhaltsverzeichnis: Einleitung. Kap. I. Extrema mit Nebenbedingungen. Extremale Ungleichungen. Kap. II. Konvexe Funktionen. Kap. III. Konvexe Figuren: Die Minkowskische Distanz und Stützfunktion; Approximationen eines konvexen Körpers durch Polyeder; Einbeschriebener und umbeschriebener Kreis; Der zu einer Menge gehörige Kreisring; Länge, Oberfläche, Querschnitte (travers). Kap. IV. Das isoperimetrische Problem in der Ebene: Der Lebesguesche Beweis; Geometrische Darstellung des isoperimetrischen Defizits; Ein Symmetrisationsprozeß; Die Steinersche Symmetrisation; Das isoperimetrische Problem auf der Kugel. Kap. V. Der gemischte Inhalt von Minkowski. Kap. VI. Konvexe Körper: Gemischter Flächeninhalt, Integral der mittleren Krümmung; Die Minkowskischen gemischten Volumina; Die Minkowskischen Ungleichungen (I); Symmetrisation, Transformation durch ähnliche Schnitte; Die Minkowskischen Ungleichungen (II); Das isepiphanische Problem für konvexe Körper. Kap. VII. Das allgemeine isepiphanische Problem: Die Steinersche Symmetrisation; Das Schwarzsche Abrundungsverfahren; Die isepiphanische Ungleichung. Kap. VIII. Isoperimetrische Probleme. Isoperimetrische Ungleichungen: Das isoperimetrische Problem in der Variationsrechnung. Anhang: Ein Bedeckungsproblem, von *J. Favard*. Bibliographie.

Reviewer: [Pannwitz, Dr. Erika \(Berlin\)](#)

**MSC:**

**52-02** Research exposition (monographs, survey articles) pertaining to convex and discrete geometry

Cited in **1** Review  
Cited in **42** Documents