

**Szegő, Gábor**

**Orthogonal polynomials.** (English) JFM 65.0278.03

Am. Math. Soc., Colloquium Publ., Vol. 23. New York. American Mathematical Society. vii, 401 p. (1939).

Das inhaltsreiche Werk bringt erstmalig eine ausführliche zusammenfassende Übersicht über das gesamte Gebiet der Orthogonalpolynome und ist als Lehrbuch wie als Nachschlagewerk gleichermaßen geeignet. Ausführliche Herleitung wechselt mit kurzer Angabe der Ergebnisse. Mancherlei ist hier erstmalig veröffentlicht, zahlreiche Untersuchungen und Beweise sind neu oder wenigstens neuartig dargestellt. Dem speziellen Interesse des Verf. und seinen eigenen Untersuchungen entsprechend liegt das Hauptgewicht in der Stoffauswahl weniger auf den formalen Eigenschaften der Orthogonalpolynome als auf den analytischen; Identitäten, Integraldarstellungen usw. sind also nicht so ausführlich behandelt wie asymptotische Entwicklungen, Summierung von Polynomreihen u. a. Rein algebraische Fragestellungen (Irreduzibilität usw.) sind nicht aufgenommen. Über Polynome, die auf beliebigen Kurven orthogonal sind, ist alles Bisherige zusammengestellt und erweitert.

Die einzelnen Kapitel können auch für sich gelesen werden; sie enthalten den Stoff in folgender Anordnung: Kap. I-III: Hilfssätze und -begriffe, Definitionen und Beispiele, die sogenannten "klassischen" Orthogonalpolynome, allgemeine und formale Eigenschaften. Ausgangspunkt dieser Entwicklungen ist dabei die Orthogonalität. Kap. IV und V: Formale Eigenschaften der klassischen Polynome, Darstellungen, Zusammenhänge mit andern Funktionen, die "zweiten Lösungen" der Differentialgleichungen. VI: Abschätzungen für die Nullstellen der Orthogonalpolynome, besonders für die klassischen. Die Nullstellen der Jacobischen Polynome im nichtorthogonalen Fall. Kap. VII und VIII: Ungleichungen für die Orthogonalpolynome, asymptotische Entwicklungen für die klassischen Polynome mit besonders ausführlichen Darstellungen der verschiedenen Methoden. Kap. IX und X: Hilfssätze, Aussagen über die nach den klassischen Polynomen fortschreitenden Reihen, ihre Konvergenz und Cesàrosummabilität, die Verhältnisse an den Enden des Intervalls, alles mit ausführlichen Beweisen. Die Entwicklung analytischer Funktionen. Kap. XI: Polynome, die auf dem Einheitskreis orthogonal sind; allgemeine Eigenschaften und Beziehungen zum reellen Fall. Kap. XII und XIII: Asymptotische Aussagen und Reihenentwicklungen im allgemeinen Fall beliebiger Orthogonalpolynome. Kap. XIV: Interpolation mit Nullstellen von Orthogonalpolynomen als Abszissen; Lagrangesche Interpolation, Fejérsche "Treppenpolynome", Konvergenzfragen. Kap. XV: Mechanische Quadraturen auf klassischen Abszissen, Cotessche Zahlen. Kap. XVI: Polynome, die auf beliebigen Kurven orthogonal sind (allgemeines, asymptotisches Verhalten, Reihen).

Sechzig Aufgaben und Übungen im Stile des "Pólya-Szegő" (*G. Pólya, G. Szegő, Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis* (1925); F. d. M. 51, 173) dienen zur Vertiefung und bringen mancherlei Nebenbeweise und -ergebnisse. – Das Literaturverzeichnis, in dem wohl nur einige unwichtige und entlegene Arbeiten fehlen, umfaßt 325 Nummern.

Reviewer: [Hahn, W., Dr. \(Berlin\)](#)

**MSC:**

- 33-02 Research exposition (monographs, survey articles) pertaining to special functions
- 42-02 Research exposition (monographs, survey articles) pertaining to harmonic analysis on Euclidean spaces

Cited in **2** Reviews  
Cited in **1563** Documents