

**Zacher, Giovanni**

**On the finite solvable groups with lattice of dual subgroups. (Sui gruppi risolubili finiti col reticolo dei sottogruppi di duale.)** (Italian) Zbl 0139.01905  
Rend. Sem. Mat. Univ. Padova 32, 325-337 (1962).

Verf. gibt in dieser Arbeit eine Ausdehnung von mehreren Untersuchungen von *M. Curzio* [Boll. Unione Mat. Ital., III. Ser. 12, 284–289 (1957; [Zbl 0083.01804](#)); Rend. Accad. Sci. Fis. Mat., IV. Ser., Napoli 24, 70–75 (1958; [Zbl 0083.01805](#)); Ricerche Mat. 7, 265–280 (1958; [Zbl 0085.01502](#)); Matematiche 12, 74–79 (1957; [Zbl 0214.27801](#))].

Der Hauptsatz lautet:

Es seien  $G$  und  $\bar{G}$  auflösbare endliche Gruppen und  $L_c(G)$  bzw.  $L_c(\bar{G})$  der Verband der Kompositionsgruppen von  $G$  bzw.  $\bar{G}$ . Es sei  $L_c(G)$  dualisomorph zu  $L_c(\bar{G})$ . Dann ist  $G$  ein direktes Produkt von zwei Hall-Untergruppen  $G = C \times F$ , wo  $C$  eine überauflösbare Gruppe ist, und  $F$  ist (wenn  $F$  verschieden von der Einheitsgruppe ist) entweder die alternierende Gruppe  $A_4$  oder eine Gruppe  $Q$ , die eine Quaternionengruppe ist, erweitert mit Hilfe eines Automorphismus dritter Ordnung.

Ist  $F$  die Gruppe  $A_4$ , dann ist  $\bar{G}$  eine überauflösbare Gruppe,  $\bar{G} = \bar{C} \times \bar{F}$ , wo  $\bar{C}$  eine Gruppe mit ungerader Ordnung und  $L_c(\bar{C})$  dualisomorph zu  $L_c(C)$  ist, außerdem  $\bar{F}$  eine Quaternionengruppe ist, und umgekehrt.

Ist  $F$  die Gruppe  $Q$ , dann ist  $\bar{G} = \bar{C} \times \bar{F}$ , wo  $\bar{C}$  eine überauflösbare Hallsche Untergruppe ist,  $L_c(\bar{C})$  dualisomorph zu  $L_c(G)$  ist und außerdem  $\bar{F} \approx F$  gilt.

Reviewer: Jenő Szép (Budapest)

For a scan of this review see the [web version](#).

#### MSC:

- [20D10](#) Finite solvable groups, theory of formations, Schunck classes, Fitting classes,  $\pi$ -length, ranks Cited in 3 Documents  
[20D30](#) Series and lattices of subgroups  
[20F16](#) Solvable groups, supersolvable groups

#### Keywords:

[finite solvable groups](#); [lattice of dual subgroups](#)

**Full Text:** [Numdam](#) [EuDML](#)

#### References:

- [1] Birckhoff, G. : Lattice theory . Colloquium Publ. , vol. XXV , 1948 .
- [2] Curzio, M. : Sul reticolo dei sottogruppi di composizione di alcuni gruppi finiti . Boll. UMI. Serie III , Anno XII , 1957 . MR 93540 | [Zbl 0083.01804](#) · [Zbl 0083.01804](#)
- [3] Curzio, M. : Sui gruppi  $\varphi$ -isomorfi a un gruppo speciale finito . Rend. Acc. Sc. , Napoli , Serie 4 , vol. 24 , 1957 . [Zbl 0083.01805](#) · [Zbl 0083.01805](#)
- [4] Curzio, M. : Sui sottogruppi di composizione dei gruppifiniti . Ricerche di Mat. , vol. 7 , 1958 . MR 106237 | [Zbl 0085.01502](#) · [Zbl 0085.01502](#)
- [5] Curzio, M. : Sui gruppi supersolubili per cui il reticolo dei \_sottogruppi di composizione è autoduale . Le Matematiche , vol. 12 , 1957 . MR 124390 | [Zbl 0214.27801](#) · [Zbl 0214.27801](#)
- [6] Feit, W. : On the structure of Frobenius groups . Canad. J. Math. , vol. 9 , 1957 . MR 93541 | [Zbl 0079.03103](#) · [doi:10.4153/CJM-1957-067-8](#)
- [7] Gaschütz, W. : Über die  $\varphi$ -Untergruppe endlicher Gruppen . Math. Z. vol. 58 , 1953 . [Zbl 0050.02202](#) · [Zbl 0050.02202](#) · [doi:10.1007/BF01174137](#)
- [8] Huppert, B. : Normalteiler und maximale Untergruppen endlicher Gruppen . Math. Z. , vol. 60 , 1954 . MR 64771 | [Zbl 0057.25303](#) · [Zbl 0057.25303](#) · [doi:10.1007/BF01187387](#)
- [9] Suzuki, M. : Structure of a group and the structure of its lattice of subgroups . Ergeb. der Math. Heft 10 , 1956 . MR 83487

| [Zbl 0070.25406](#) · [Zbl 0070.25406](#)

- [10] Tamaschke , O. : Die Kongruenzrelationen im Verband der zugänglichen Subnormalteiler . Math. Z. , vol. 75 , 1961 . Article | [MR 122883](#) | [Zbl 0118.26801](#) · [Zbl 0118.26801](#) · [doi:10.1007/BF01211014](#)
- [11] Tamaschke , O. : Gruppen mit reduziablen Subnormalteilverband . Math. Z. , vol. 75 , 1961 . Article | [MR 123615](#) | [Zbl 0115.25303](#) · [Zbl 0115.25303](#) · [doi:10.1007/BF01211021](#)
- [12] Zappa , G. : Sui gruppi finiti risolubili per cui il reticolo dei sottogruppi di composizione è distributivo . Boll. UMI , Serie III , Anno XI, 1956 . [MR 79000](#) | [Zbl 0074.25901](#) · [Zbl 0074.25901](#)
- [13] Zassenhaus , H. : Theory of Groups . Chelsea Publ. C. , New York , 1958 . [MR 91275](#) | [Zbl 0083.24517](#) · [Zbl 0083.24517](#)

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.